Griot : Revista de Filosofia, Amargosa - BA, v.24, n.3, p.80-95, outubro, 2024 ISSN 2178-1036
https://doi.org/10.31977/grirfi.v24i3.4868
Recebido: 03/06/2024 | Aprovado: 16/10/2024
Received: 06/03/2024 | Approved: 10/16/2024

DESCIFRANDO EL CAMINO INTELECTUAL Y FORMATIVO DE E. HUSSERL A TRAVÉS DE SUS INFLUENCIAS MATEMÁTICAS

Luis A. Canela Morales[1]
Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)
https://orcid.org/0000000237405234
E-mail: lcanelamorales@gmail.com

RESUMEN:
El objetivo de este artículo es presentar y conectar el panorama intelectual inmediato, especialmente en el ámbito matemático, que Husserl se apropió durante sus primeros años de formación, centrándonos en las investigaciones de B. Riemann, R. Dedekind y G. Cantor. Se busca, en particular, evidenciar cómo Husserl reinterpreta filosóficamente los conceptos matemáticos que estos autores utilizaron. Partimos de la hipótesis de que, en el horizonte intelectual del joven Husserl, existen puntos de convergencia con el surgimiento de la moderna teoría de conjuntos. Reconocer estos antecedentes justifica plenamente el trabajo que aquí presentaré. Comenzaré, por tanto, revisando las obras de Riemann, Dedekind y Cantor, al tiempo que mostraré su influencia en la obra de Husserl, y concluiré con las reflexiones pertinentes.

PALABRAS-CLAVE: Husserl; Teoría de conjuntos; Variedades; Números; Fenomenología temprana.

UNRAVELING THE INTELLECTUAL AND FORMATIVE PATH OF E. HUSSERL THROUGH HIS MATHEMATICAL INFLUENCES

ABSTRACT:
The objective of this work is to present and articulate the most immediate intellectual landscape that Husserl appropriated during his early years of training, specifically in relation to the research of B. Riemann, R. Dedekind, and G. Cantor. In particular, it seeks to highlight Husserl's philosophical reappropriation of the different mathematical concepts utilized by the aforementioned scholars. This is done under the hypothesis that within the intellectual horizon of the young Husserl, we find points of convergence with the emergence of modern set theory. The recognition of these antecedents is more than sufficient reason to justify a work such as the one I will present here. Therefore, I will begin with a review of the works of Riemann, Dedekind, and Cantor, while simultaneously showing their influences on Husserl's work, and finally presenting the pertinent conclusions.

KEYWORDS: Husserl; Set Theory; Manifold; Numbers; Early Phenomenology.

[1] Doutor(a) em Filosofia pela Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Ciudad de Mexico, México. Professor(a) da Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Ciudad de Mexico, México.

Introducción

El panorama intelectual más inmediato del que Husserl se apropió en sus primeros años de formación tuvo dos frentes: el filosófico y el matemático. Del lado filosófico, estuvieron, principalmente, las investigaciones de Brentano[2] y Bolzano,[3] —sin obviar a Stumpf y Twardowski— y del lado matemático las obras de Weierstrass-Kronecker,[4] Hilbert[5] y Grassmann[6] —eso sin mencionar a Gauss—[7].

Sumado a los anteriores, resaltan los trabajos de B. Riemann, R. Dedekind y G. Cantor, quienes formaron parte del horizonte intelectual del joven Husserl; y aunque encontramos múltiples referencias a sus obras a lo largo de la serie Husserliana, lo cierto es que apenas ha comenzado a estudiarse con rigor la relación que mantuvo Husserl con la obra de los antes mencionados. El objetivo de este trabajo es poner de manifiesto, precisamente, la re-apropiación filosófica de los conceptos matemáticos de Dedekind, Cantor y Riemann, al menos en la primera etapa de la incipiente fenomenología husserliana. Lo anterior bajo la hipótesis de que, además de avalada textualmente —las evidencias sobre la influencia de estos autores en Husserl son más que claras— existe una apropiación y evolución de una serie de conceptos provenientes de esta primera etapa. El reconocimiento de estos antecedentes es un motivo más que suficiente para justificar un trabajo como el que aquí presentaré. Comenzaré, pues, con la revisión de los trabajos de Riemmann, Dedekind y Cantor, al tiempo que muestro sus influencias en la obra de Husserl, y presento, al final, las conclusiones pertinentes.

§2. *Sobre las hipótesis en que yacen los fundamentos de la geometría.* Bernhard Riemann y el concepto de variedade

* Las referencias a la obra de Husserl se harán conforme a la siguiente edición: Husserliana– Gesammelte Werke, publicada originalmente por Martinus Nijhoff, luego por Kluwer Academic Publishers y actualmente por Springer. Para citar dicha edición emplearé la sigla "Hua", seguida del tomo en números romanos y las páginas en números arábigos (p.ej. Hua X, 56). La correspondencia de Husserl se citará de la siguiente manera: "Hua Dok III", seguida de una diagonal para distinguir el volumen, y las páginas en números arábigos (p.ej. Hua Dok III/5, 115).

[2] Rollinger (1999), Benoist (2000), Rollinger (2004), Moran (2017).

[3] Benoist (2002), Sebestik (2003), Casari (2017).

[4] Claire Ortiz (2002), Ierna (2006), Gérard (2008), Hartimo (2010), Canela Morales (2016).

[5] Ortiz Hill (1995), Majer (1997), da Silva (2016), Hartimo (2017).

[6] Gérard (2010), Hartimo (2011), von Plato (2017), Canela Morales (2019).

[7] Por falta de espacio y de tiempo es difícil dedicar un apartado a la relación entre Gauss y Husserl. Remito al prólogo de Hua XII (p. 8) donde Husserl expresamente señala que debe algunas de sus ideas matemáticas al estudio de la teoría de los residuos bicuadráticos de Gauss. Vale la pena resaltar esta cita: "Durante los años 1886/93 participé en las teorías de la geometría, la aritmética formal y la teoría de las variedades, a veces con dedicación exclusiva. El resultado de estas investigaciones fueron el prefacio de mi *Filosofía de la aritmética* (1891) [**véase la observación sobre el informe de Gauss de la segunda edición sobre los residuos bicuadráticos, W. W. parte III**], y también muchas reflexiones importantes con sus demostraciones. También hice, influenciado por la Teoría de la extensión de Grassmann y la Introducción a los números complejos de **Gauss** (lc), planos como ciertas series continuas dobles, el espacio como ciertas series tridimensionales, etc." (Hua Dok III/5, p. 80. El énfasis es mío). Resulta sumamente interesante recordar que el ideal por la unidad disciplinar perseguido por Husserl es herencia de una investigación intensiva típica de la Alemania del siglo XVIII. En efecto, las *Disquisitiones* de Gauss tuvieron en Husserl un fuerte eco pues ellas tenían "la pretensión de elevar la teoría de los números ("aritmética superior") a un verdadero sistema, una ciencia rigurosa y bien ordenada que se ocupa esencialmente de la teoría de las congruencias y las formas (fundamentalmente cuadráticas binarias). En otras palabras, Gauss pretendía hacer de la teoría de números una disciplina autónoma" (Nigro Puente, 2023, p. 60). Más aún, siguiendo a Gauss, Husserl también admite la idea de que la matemática es una ciencia de relación (*Die Mathematik ist so im allgemeinsten Sinne die Wissenschaft der Verhältnisse*, dice Gauss en 1825). Esto quiere decir que el matemático tiene por objetivo comparar relaciones y considerar sus interconexiones, y durante el proceso, al abstraer completamente la naturaleza de los *relata*, sólo presta atención a sus características formales (Ferreirós, 2023, p. 132). También sugiero consultar la discusión de Bolzano, Gauss y Husserl sobre las cantidades y magnitudes en el ensayo, "Intentos de delimitar las cantidades generales y el concepto de número" (Hua XXI, p. 69 y ss.). Otro ejemplo más es el curso que Husserl impartió sobre Riemann-Helmholtz en el semestre de invierno de 1889/90.

En su célebre disertación "Sobre las hipótesis en que yacen los fundamentos de la geometría"[8]— presentada a Gauss en 1854, pero publicada póstumamente con la ayuda de Dedekind en las memorias de la Academia de Ciencias de Gotinga en 1868— Riemann comienza por replantear el problema general de la estructura del espacio como ente absoluto y homogéneo, en términos de una posible estructura discreta del mismo, para luego estudiarlo en sus comportamientos infinitos, esto es, como "variedades" (*Mannigfaltigkeit*) de múltiples dimensiones o, mejor dicho, variedades *n*-dimensionales abstractas.

La tarea de Riemann fue, pues, "[...] construir, partiendo de conceptos generales de magnitud, el concepto de una magnitud múltiplemente extensa" (Riemann, 2000, p. 2). Queda claro aquí que magnitud, en tanto extensión, es sinónimo de *variedad n-dimensional*, pero ¿qué entiende Riemann por variedad? Por *variedad*, él entiende lo siguiente:

> Los conceptos de magnitud sólo son posibles allí donde se encuentra un concepto general que admite diversas determinaciones (*Bestimmungsweisen*). Esas determinaciones constituyen una variedad continua o discreta (*stetige oder discrete Mannigfaltigkeit*) según tengan o no lugar transiciones continuas de una a otra de ellas; las distintas determinaciones se llaman, en el primer caso, puntos, y en el último, elementos de esa variedad (2000, p.4)

La variedad *n*-dimensional V_n que Riemann describía en su lección inaugural, se define como un conjunto de *n* variables $x^1 \ldots x^n$ que pueden representar longitudes, espacios, ángulos, etc., y que están definidas en correspondientes intervalos de números reales $I_1 \ldots I_n$. Es, además, un conjunto que localmente es difeomorfo a un subconjunto abierto de R^n, un conjunto en el cual, localmente, todo punto queda completamente determinado por *n* números, esto es: $V_n = \{x^i / x^i \in I_i, i=1 \ldots n\}$. Los elementos *x* del conjunto *Rn* de *n*-uplas ordenadas de números reales pueden ser considerados como vectores de un espacio afín euclídeo o como puntos de un espacio en común. El número *n* de parámetros que aparece en cada una de estas *n*-uplas ordenadas será la dimensión de la variedad.

Toda variedad está compuesta por ciertas propiedades o formas de determinación — también llamadas simplemente *determinaciones*—. Estas no son otra cosa que "elementos" u "objetos" sobre los que recae el género la "variedad de *n*". Un ejemplo más simple puede ser útil aquí. Dentro del concepto de "juguete" se encuentran toda una variedad *determinaciones*: "canicas, trompos, muñecos, balones, etc." En el caso de la geometría, Riemann incluye el estudio de los espacios tridimensionales dentro del estudio de las variedades de dimensión *n*. Esto significa que no se limita sólo a los espacios tridimensionales, sino que se puede extender a las variedades de cualquier dimensión. Riemann, en un manuscrito anterior a aquella lección inaugural, describe un ejemplo clarísimo sobre todo lo anterior; lo cito *in extenso*:

> Pongamos que quisiera hacer un experimento o una observación, y que sólo me importase *un* valor numérico, digamos el grado de calor. En este caso, todos los casos posibles del resultado vendrían representados mediante la serie continua de todos los valores numéricos de +∞ a -∞. Mas pongamos que quisiera determinar dos valores numéricos, digamos que quisiera hacer una determinación de temperatura y una de peso, entonces el resultado estaría condicionado por dos magnitudes *x* e *y*. Obtendré aquí la totalidad de todos los casos, cuando dé tanto a *x* como a *y* todos los valores de +∞ a -∞, y combine cada valor de *x* con cada valor de *y*. Obtendré un valor concreto cuando tanto *x* como *y* tengan un valor totalmente determinado. (2000, p. 94)

[8] Dos términos sobresalen de este peculiar título: "hipótesis" y "fundamentos". El primero puede entenderse como una *labor empírica* que determina la validez de una proposición (Ferreirós, 2007, p. 61). Y por el segundo hay que entender una base que tiene o mantiene un enfoque conceptual capaz de establecer una nueva teoría general, esto es, nuevos fundamentos conceptuales (Ferreirós, 2006).

Este proceso constructivo de ir "agregando" a las variedades más valores o representaciones paramétricas, es decir, ubicaciones en coordenadas variables (x_n, y_n, z_n), da por resultado una serie de cambios al interior de las variedades, pues se las piensa como "una composición de una variabilidad de n+1 dimensiones a partir de una variabilidad de n dimensiones y de una variabilidad de una dimensión" (2000, p. 5). Dicho de otro modo, el añadido de hipótesis adicionales o progresiones continuas de transformaciones de un elemento (o punto) a otro, permiten o los tornan métricos, euclidianos, etcétera. Los n-parámetros variables son llamados coordinados de una variedad. Por ejemplo, si a la familia "color" se agrega el tono y la luminosidad obtenemos una variedad continua tridimensional diferente del espacio de la percepción cromática.

Las variedades pueden ser continuas y discretas; diferenciadas sólo por el empleo que puede hacerse de ellas. Así, por ejemplo, a la clase de los números le corresponden todos los números; a la clase de las funciones todas las funciones; a la clase de las ecuaciones todas las ecuaciones, etcétera. Volvamos al ejemplo del "juguete". Esta es una variedad discreta porque no se pasa de manera *continua* de una "canica" a un "sonido" a través de toda una familia de "juguetes". Por el contrario, una superficie coloreada sí es un claro ejemplo de una variedad *continua* de puntos de color *uniformes*, pues se pasa continuamente de un color a otro a través de todo un espectro cromático. Con la noción de variedad, el concepto de espacio adquiere valores que le permiten ser estudiado en función de cierta región dada no sólo desde una geometría de posición, sino también desde sus diversas configuraciones topológicas:

> Las variedades cuya medida de curvatura es en todas partes =0 se pueden considerar como un caso especial de aquellas variedades cuya curvatura es en todas partes constante. La característica común de estas variedades cuya medida de curvatura es constante puede también expresarse diciendo que las figuras se pueden mover en ellas sin estirarse (2000, p. 12).

Es por ello que las variedades riemannianas son consideradas como espacios ilimitados o multidimensionales (sin ser infinitos) que pueden formar espacios curvos (las curvaturas de una variedad) y transitivos. El carácter abstracto que denota la noción de variedad, permitió a Riemann confirmar su hipótesis "sin tomar auxilio de la más mínima intuición espacial" (2000, p. 94) y sin que el espacio se torne meramente idealizante. Otros conceptos relacionados con lo anterior son los que se conocen como *propiedades locales* y *globales*. Estas nociones permiten explicar cómo es que Riemann estudió el comportamiento del espacio en su sentido *local* y no global o unitario. Por el concepto de *local* hay que entender una relación de posición vinculada o ligada a cierta dirección y distancias cercanas a un punto de referencia. Pongo un ejemplo, la Tierra. La Tierra es casi una esfera por lo que le corresponde una geometría propia de las esferas, pero si nos paramos en cierto punto todo nos parece "plano" por lo que "localmente" podemos utilizar la geometría plana para estudiar dicho espacio circundante. El punto aquí es que la geometría de superficie de una esfera es una aplicación de los planos riemannianos que se determinan por una perspectiva de *posición*, esto es, por las relaciones ligadas o vinculadas a la dirección y la distancia.[9]

[9] El concepto de global se relaciona con una visión donde el cuadrado del elemento de línea (diferencial cuadrático ds^2) está correlacionado con la curvatura y con las geodésicas las cuales fuerzan la euclidianeidad del espacio.

§3. La teoría de la variedad (*Mannigfaltigkeit*) en los primeros escritos de Husserl

La génesis de la noción de variedad [10]se encuentra a principios de la década de 1880 cuando Husserl dedica varias páginas al esclarecimiento de dicho concepto. Específicamente, entre los años 1892 y 1893, Husserl distingue algunos *tipos* de variedades. Por ejemplo: variedad discreta y variedad continua, variedad cíclica y variedad ortoide (o lineal o *rectilineal*) (HUA XXI, 348-359).

Las variedades discretas (finitas o infinitas) tienen un concepto "natural" de distancia, es decir, se puede definir la distancia entre dos de sus puntos como aquel número más pequeño de puntos por los que uno tiene que pasar para alcanzar al otro (da Silva, 2011). Una variedad continua no tiene un concepto "natural" de distancia, pero puede *adquirirla*. Pero ¿cómo define Husserl el concepto de variedad ortoide? Según Husserl, las variedades lineales u ortoides se caracterizan a partir de las siguientes propiedades: (1) Sean a y b dos elementos cualesquiera, entonces, o bien a φ b o b φ a pero no a la vez y (2) existe transitividad: a φ b φ c= a φ c.

Las variedades lineales se caracterizan a partir de las propiedades de transitividad (a φ b φ c= a φ c). El carácter abierto de la variedad se mantiene fijo mediante la ordenación (*Anordnung*) que recibe cada elemento. En lo que se refiere a cada elemento determinado, este puede ser designado como distancias o intervalos (*Abstandes*) del valor absoluto (HUA XXI, 96). Un ejemplo más intuitivo de una variedad lineal u ortoide, se encuentra en los añadidos posteriores a 1905 de las *Lecciones de fenomenología sobre la conciencia interna del tiempo*, donde Husserl advierte que la constante producción de la conciencia interna del tiempo posee la forma de un conjunto o variedad unidimensional y unidireccional:

> Toda impresión originaria está caracterizada como tal, y cada modificación lo está como tal. Más aún, cada modificación es modificación continua. Lo cual distingue a esta especie de modificación de la modificación de la fantasía o de la conciencia de imagen. Cada una de estas modificaciones temporales es límite no independiente en un continuo. Y este continuo tiene el carácter de una variedad ortoide limitada por un lado (Husserl, 2002, p. 119. El énfasis es mío).

Dicho con toda precisión, una variedad ortoide es un todo cuyas partes están conectadas por *compenetración*, es decir, una vertiéndose en la otra. La relación de compenetración permite distinguirlas como partes dependientes del todo-temporal. Ahora bien, cuando Husserl dice que el "continuo temporal tiene el carácter de una variedad ortoide limitada por un lado", claramente está operando con la noción de intervalo semiabierto pues incluye un extremo, pero no el otro. En esta incipiente topología (temporal) husserliana, el hecho de que la noción de intervalo semiabierto se pueda invocar se refuerza porque lo *rectilineal* implica movimiento en una

[10] Debido una interpretación imprecisa de la relación filosófica entre la matemática alemana (siglos XVII-XIX) y la fenomenología husserliana, el concepto de *Mannigfaltigkeit* se tradujo incorrectamente como *multiplicidad* en español; *multiplicity* y *plurality* en inglés; *multiplicité* en francés, y *multiplicidade* en portugués, lo que ha oscurecido el auténtico sentido de este concepto. Explicaré con más detalles. Si optamos por la traducción de 'multiplicidad', caemos en el error de entender dicho concepto como una pluralidad, una multitud (*Mehrheit*) y, en su defecto, como un conjunto (*Menge*). Sin embargo, existen matices notables, tanto a nivel estructural como material, entre cada uno de estos conceptos. Por ejemplo, pluralidad y multiplicidad siempre denotarán el carácter pluralista de la constitución en la experiencia. En el caso de la palabra *Menge*, que siempre se traduce como 'conjunto', se refiere a cierto carácter cuantitativo, como cuando decimos *eine Menge* ('un montón'). Entender *Mannigfaltigkeit* como variedad es más adecuado ya que denota una formación ordenada y definida por sus relaciones de dominio, que es justo lo que Husserl apunta en sus escritos sobre geometría, lógica y aritmética. Así, refiriéndose claramente a la concepción de variedad de Riemann y su generalización de la teoría geométrica, Husserl consideró la posibilidad de un tratamiento meta-matemático en el que en vez de intentar comprender las teorías matemáticas concretas, es decir, "elementos concretos", la preocupación está dirigida hacia formas matemáticas abstractas, "variedades", y sus relaciones a priori. En otras palabras, las teorías matemáticas son ahora el objeto de estudio y no los objetos (elementos) matemáticos más concretos que constituyen una variedad (Rosado Haddock, 2017).

dirección, en este caso, desde la proto-impresión hacia la protensión. Esa proto-impresión cierra la línea temporal, pero al mismo tiempo la abre hacia el futuro.

Ahora, ¿cómo define Husserl el concepto de variedad cíclica? Estas se describen del siguiente modo:

> Para cada dos elementos p, q, hay dos determinadas σ, y para cada una de ellas vale que o bien p σ q, o bien q σ p, pero no ambas conjuntamente.
> Si ambas σ están designadas mediante σ' y σ", entonces si p σ' q, debe ser exactamente q σ" p, y si q σ' p, debe ser exactamente p σ" q.
> De ambos encadenamientos de relación que forman conjuntamente ambos pares de puntos encadenados ab y bc, esto es, de ab bc, cb ba, debe uno y sólo uno estar en la relación-π, o sea o bien ab π bc, o bien, cb π ba (Hua XXI, 103)

Con cierto arreglo topológico, nuestro cuerpo puede ser un buen ejemplo intuitivo de una variedad cíclica; asumiendo, claro está, que *nuestro* cuerpo propio es un sistema compuesto por motricidades cinestésicas orientadas *en* el espacio físico. En los §§64-72 de Hua XVI (*Ding und Raum*), Husserl explica las "variedades cíclicas" (el giro y el alejamiento) de manera detallada.[11] El giro ocurre cuando un objeto rota sobre sí mismo (rotación axial) o cuando nosotros giramos alrededor de él. Durante este proceso, el objeto experimenta cambios en su apariencia y forma a medida que se va "modificando" con cada vuelta. Sus puntos de referencia van cambiando y adquieren una nueva figura y orientación, hasta que finalmente regresan a su forma inicial una vez que el objeto ha girado completamente sobre su propio eje o nosotros hemos completado el giro alrededor de él. La modificación de la expansión, que implica acercamiento y distanciamiento, es un tipo de modificación que se extiende infinitamente en dos direcciones o, mejor aún, tiene dos y solo dos direcciones que, al ser opuestas, se fusionan en una variedad lineal (una variedad ortoide abierta infinita en dos lados). En última instancia, para Husserl, el problema que se presenta en la teoría de Riemann se relaciona con la forma en que enlaza los objetos topológicos básicos con sistemas de coordenadas.

§4. Richard Dedekind: sobre el conjunto de los números racionales

La edición *The Princeton Companion to Mathematics* (Gowers, 2008, p. 776) presenta a Dedekind como parteaguas en el nacimiento de la moderna teoría de conjuntos (Belna, 1996, pp. 66 y ss.); el álgebra abstracta; el análisis del concepto de estructura matemática; en los fundamentos del sistema de los números reales, y en el uso de las así llamadas "cortaduras" sobre el conjunto de los números racionales.

Es posible dividir la obra de Dedekind, mezcla entre filosofía, lógica y matemáticas —y muy fructífera entre los años 1854 y 1858— en tres ejes temáticos: 1) análisis de la teoría general del concepto de sistema; 2) el orden y fundamento de un sistema, y 3) una teoría sobre los números. En particular, y en esto estriba la fuerte conexión con Husserl, Dedekind "fue un matemático cuya actividad profesional estuvo dedicada a la construcción de teorías [...] orientada [a] ciertas demandas metodológicas. Algunas de éstas conciernen a la estructuración lógica de las teorías a partir de definiciones de conceptos introducidas a efectos de articular la teoría y desarrollarla por medio de deducciones rigurosamente lógicas" (Nigro Puente, 2023, p.76). En este sentido y en el caso particular de su relación con el concepto de número y el papel de la aritmética elemental, Dedekind presenta en "Sobre la introducción de nuevas funciones en matemáticas" un resumen

[11] Para una versión pormenorizada de estos conceptos, sugiero la lectura de Canela Morales (2013), (2014).

de su concepción tanto de la aritmética como de la creación de los *nuevos* números en los que se funda el progreso de las matemáticas:

> La aritmética elemental surge de la construcción de los números ordinales y cardinales; el paso sucesivo de un término de la serie de los números enteros absolutos al inmediatamente siguiente es la primera y más sencilla operación de la aritmética; sobre ella se fundan todas las demás. Si se reúnen varias realizaciones de esa operación elemental en un único acto, se alcanza el concepto de adición. Partiendo de este se construye de forma similar el de multiplicación, y a partir de este el de potenciación (1932, pp. 430-431).

La justificación de lo anterior viene dada por la concepción de los números naturales **N** como una *serie* de elementos. Las operaciones básicas de suma y multiplicación serían, en este sentido, correlatos inmediatos del acto de contar. Sin embargo, lo anterior no basta cuando se requiere del uso de operaciones inversas (resta y división); es ahí donde Dedekind señala:

> El desarrollo de la aritmética, o sea, regenerar cada vez mediante cada una de esas operaciones todo el dominio numérico disponible o, con otras palabras: el logro de la posibilidad de ejecutar ilimitadamente las operaciones indirectas o inversas —sustracción, división, etc.— conduce a la necesidad de crear nuevas clases de números porque la serie original de los números enteros absolutos no puede en absoluto satisfacer esa exigencia. Así se obtienen los números negativos, quebrados, irracionales, y finalmente los llamados números imaginarios (1932, p. 431).

El tema central en estas citas está en la extensión rigurosa de las operaciones y no en la creación de nuevos números, al menos en estos primeros escritos de Dedekind. En escritos posteriores el orden se invierte y la construcción de los números pasa a ocupar un lugar central en su obra. En el opúsculo "Continuidad y números racionales", publicado en 1872 y cuya meta es la búsqueda de un fundamento aritmético para el concepto matemático de continuidad, Dedekind señala lo siguiente:

> Veo toda la aritmética como una consecuencia necesaria o al menos natural del acto aritmético más sencillo, contar, y contar no es nada más que la creación sucesiva de la serie infinita de los números enteros positivos en la que cada individuo viene definido mediante el inmediatamente precedente; el acto más simple es el paso de un individuo ya creado a su sucesor que está por crear (2014, p. 88).

Según Dedekind, el acto de contar se logra mediante una operación de sucesión aplicada a elementos previamente definidos, y la serie numérica se forma al agregar unidades homogéneas. En efecto, el pensamiento matemático resulta siempre iterativo, pues parte del nivel básico de los números naturales hasta el más alto. De esto resulta el hecho de que "los números son creaciones libres del espíritu humano" (2014, p. 107), es decir, todos los objetos matemáticos son *creaciones libres* de la mente espíritu humano, en el sentido de que son objetos del pensamiento estrictamente legitimados por las leyes generales de la lógica. De hecho, así se introducen los números irracionales, negativos, fraccionarios, el espacio y su continuidad, como una "creación libre" (p. 107), es decir, son un "resultado inmediato de las leyes puras del pensamiento" (p. 107). Esta libre creación del espíritu humano, que en realidad es una abstracción del entendimiento en la cual se basa la creación del número, demuestra que el número es "completamente independiente de las representaciones o intuiciones (*Vorstellungen oder Anschauungen*) del espacio y del tiempo" (p. 107), y por lo tanto no requiere de una evidencia intuitiva para ser validado. En una carta que Dedekind escribe a H. Weber, el 24 de enero de 1888, se lee lo siguiente: "somos de linaje divino y poseemos sin duda alguna capacidad creativa (*schöpferische Kraft*), no sólo en asuntos materiales (ferrocarriles, telégrafos), sino muy especialmente en asuntos espirituales (*geistigen Dingen*)" (p. 192.) La independencia de las representaciones o intuiciones del espacio y del tiempo reaparece en su texto "Continuidad y números irracionales" —de hecho, la misma noción de *Körper* es para Dedekind una "forma" abstracta que era crucial para pensar en lo que es común a diferentes sistemas de números (racionales $\boldsymbol{Q}$, reales $\boldsymbol{R}$, números complejos $\boldsymbol{C}$) — en él, Dedekind asume que la carencia de espíritu científico en la aritmética debía no únicamente apoyarse en intuiciones geométricas (*geometrischer Anschauungen*), que si bien nos permite comprender el "proceso" (creativo) de los números y ser, a su vez, una especie de propedéutica al cálculo, no es rigurosa al momento de determinar las aproximaciones de una magnitud variable a un valor límite fijo.

§5. Husserl: "los números son conceptos de relación"

En *Sobre el concepto de número*, escrito que formó parte de la tesis de habilitación de E. Husserl, se advierte que todo proceso matemático debe someterse a un análisis filosófico ordenado en el que, primero, se visualicen los conceptos y relaciones más simples o lógicamente anteriores y, segundo, los conceptos complejos o lógicamente dependientes.[12] El primer miembro de esta serie es el concepto de número (Hua XII, 294). Cito:

> Los números son creaciones intelectuales en la medida en que son resultados de actividades que ejecutamos sobre contenidos concretos; pero lo que crean estas actividades no son nuevos contenidos absolutos que pudiéramos reencontrar en algún lugar del espacio o en el "mundo exterior", sino que son conceptos de relación peculiares que siempre pueden ser producidos nuevamente, pero que de ningún modo pueden ser encontrados ya hechos en algún lugar (Hua XII, 317).

Fórmula significativa es este primer apotegma del pensamiento husserliano: los números son *conceptos de relación*; sólo existen en la medida en que se establece una cierta especie de relación; no tienen existencia propia más que ser productos relacionales. Esto mismo se ve reflejado en su escrito de 1890, "Sobre la lógica de los signos (Semiótica)" pues es el concepto de signo "un concepto de relación" (Hua XII, 341). Él se refiere a algo que él designa, lo señalado. Este mecanismo trae a la conciencia otra representación simbólica que no sólo acompaña nuestra vida psíquica, sino que la "condicionan esencialmente" (Hua XII, 349). Es particularmente interesante recordar que para Dedekind también "los números son creaciones libres del espíritu humano" (2014, p. 107). Más aún, los números racionales, negativos y quebrados, que se han producido mediante una creación libre, son "un resultado inmediato de las puras leyes del pensamiento" (p. 107). Por tanto, para Husserl y Dedekind los números son, en esencia, una idea de reflexión que es, por demás, "completamente independiente de las representaciones o intuiciones del espacio y del tiempo" (p. 107).

Ahora bien, la (complicada) relación entre las matemáticas y su aplicación a dominios particulares del conocimiento, esconde un primer acercamiento al problema de la extensión de sistemas numéricos y en el que Dedekind vuelve a ser un interlocutor. ¿En qué consistió lo anterior? En un problema relacionado con la extensión de los números naturales a otros sistemas de números, para decirlo con más claridad en las expresiones numéricas que no tienen significado en un sistema pero que sí lo tienen en extensiones de ese sistema. Por ejemplo, los números naturales y los números enteros, que puede interpretarse como una extensión de los números

[12] Para un entendimiento completo de esta y otras obras tempranas, sugiero la lectura de Canela Morales (2023).

naturales (Roubach, 2023, p. 7). Así, en las *Göttinger Doppelvortrag*[13] encontramos el intento de Husserl por responder a esta cuestión tomando como ejemplo el "problema de lo imaginario" en matemáticas. Para Husserl uno de los primeros ejemplos históricos en los que la tendencia a la formalización en el cálculo algebraico (*algebraischen Rechnung*) condujo a formas de operación (*Operationsformen*) sin sentido aritmético (*arithmetisch sinnlos*), pero que extrañamente mostraron la peculiaridad de ser útiles en las matemáticas (2001, p. 92. K I 26/77). Según Husserl, la quiebra de este cálculo algebraico fue no saber a ciencia cierta por qué los procedimientos calculatorios funcionan tan extraordinariamente bien. Desde esta perspectiva, las cuestiones a resolver serían las siguientes: ¿en qué condiciones es legítima la introducción de nuevas entidades u operaciones en un dominio ya dado? ¿Qué es lo que ocurre con el uso de lo imaginario o lo absurdo en matemáticas? En el análisis que Husserl realiza para encontrar una respuesta a lo anterior (2001, p. 93-95. K I 26/78-79), trae a cuenta lo dicho Dedekind al respecto.

Según Husserl, a juicio de Dedekind las fracciones y los números negativos son, de hecho, números imposibles desde el punto de vista de los números cardinales (originalmente los únicos definidos). Son conceptos a los que *ningún objeto* puede corresponder. Pero ¿quién nos obliga a permanecer dentro del dominio restringido de los números? Los números, después de todo, son meras creaciones de nuestra mente a través del acto de contar (Dedekind). Por tanto, los números negativos y fraccionarios son creados por la mente humana. La alusión a Dedekind en "Continuidad y números racionales" es bastante directa (2001, p. 93-96. K I 26/78-80). Como se sabe, Dedekind reducía el sistema de los reales al sistema de los racionales a través de un proceso similar a la aritmetización del análisis, pero a diferencia de este procedimiento, Dedekind partía de la libre creación y ampliación del sistema (originalmente definido) de los naturales. Dicha expansión daba lugar a la definición de nuevos números y se aseguraba que sus reglas de cálculo no cayeran en contradicción con el sistema original o con el sistema ampliado.[14] Sin embargo, a juicio de Husserl, la esfera del concepto de número cardinal no puede expandirse arbitrariamente sobre la base de definiciones creativas. De hecho, para él resulta incomprensible una solución fundada en una definición arbitraria del concepto de número: "sería como si en geometría se decretara: habrá cuadrados redondos, si no en el plano, en una dimensión superior del espacio" (2001, p. 94. K I 26/78). Estas críticas fueron posiblemente extraídas de las lecciones sobre lógica que Brentano impartió en 1884-1885 en Viena, editadas ahora bajo el título *Investigaciones filosóficas sobre el espacio, el tiempo y el continuo* (2010). En ellas, "la actitud de Brentano hacia las teorías matemáticas de la serie continua de Dedekind, Cantor y sus sucesores oscila entre rechazarlos como inadecuados y el de concederles el estatus de ficciones" (Brentano, 2010, p. xii). La razón de esto es muy clara: la llegada de Brentano al reísmo (*Reismus*), es decir, desde planteamientos radicales que defienden que no existen los "irreales" (*Nichtreales*), sino únicamente la descripción de las *experiencias* matemáticas y físicas, y no por las idealizaciones que de ella pudieran derivarse. Dicha descripción realista no sólo apuntaba que lo real *es*, sino que *es* lo *único* que podía ser representado. En este contexto, Brentano asumiría la tesis de que "todos nuestros conceptos se toman ya sea inmediatamente de una intuición o combinando notas

[13] Para este artículo utilizaré la edición de Schuhmann y Schuhmann (2001) por ser la edición más completa comparada con la edición de Lothar Eley, incluida en Hua XII. En lo que sigue del apartado, citaré el número de página de la edición de Schuhmann y Schuhmann y el pasaje correspondiente al folio K I 26.

[14] "En una nota al pie Dedekind propone condiciones "que deberían imponerse siempre en la introducción o la creación de nuevos elementos aritméticos [i.e., conceptos]" (1877, p. 269). Dedekind introduce tres demandas para una definición del conjunto de los números reales a partir de los racionales, las cuales se sintetizan del siguiente modo: la definición de R debe "mantenerse exenta de toda mezcla de elementos extraños", tales elementos son la noción de *magnitud*, las representaciones *polinómicas* donde los reales se introducen individualmente como raíces (al estilo de Kronecker), así como los logaritmos. La definición debe estar fundada sobre "fenómenos que se puedan ya constatar claramente en el dominio [Q]". Además, la definición no debe "engendrar" uno a uno de los elementos como ocurre con los logaritmos o las raíces de polinomios irreducibles, sino ofrecer una "definición común". Por último, las definiciones deben permitir una introducción clara de los cálculos" (Nigro Puente, 2023, p. 79).

[*Merkmalen*] características que son tomadas inmediatamente de una intuición" (2010, p. 1). Parece claro, entonces, que Husserl asumió buena parte de la crítica de Brentano a Dedekind. Ahora bien, lo que sí puede hacerse, según Husserl —y este es el punto crucial de su reformulación— es construir un nuevo concepto de número e introducir, junto con él, un sistema formal de definiciones y operaciones válidas. En otras palabras, se trata de usar un sistema base para *interpretar* un nuevo campo numérico capaz de ser ampliado con *nuevas* definiciones y *nuevas* formas específicas de operaciones que deberían ser válidas. Así, el nuevo (sub)sistema de operaciones coincide y se comporta (parcialmente) igual que el sistema original y, al mismo tiempo, es más amplio ya que contiene más elementos y axiomas (2001, p. 94. K I 26/78).

§6. ¿Conjuntos husserlianos?

La relación filosófica y matemática entre Husserl y Cantor es sumamente interesante al grado de preguntarse cuán grande es la influencia de Cantor en el fundador de la fenomenología.[15] Durante los catorce años que pasaron juntos en la Universidad de Halle,[16] Husserl y Cantor cultivaron no sólo una fructífera relación académica, sino también una relación de amistad evidenciada en una serie de cartas. Por ejemplo, las cartas del 29 y 30 de noviembre de 1985. En la primera, Cantor escribió al Dr. Jacob Lüroth de la Universidad de Friburgo con motivo de la recomendación de Husserl como profesor ordinario para esa universidad. En esa carta escribe que "[Husserl es] una persona altamente valorada y generalmente querida por nosotros debido a su carácter pacífico y excelente". Antes ya había hecho lo mismo para las Universidades de Münster y Kiel. En la segunda carta, la del 30 de noviembre de 1895, Cantor escribe a C. Franz Woker, de la universidad de Paderborn, para hablarle de la importancia de los trabajos del "joven Husserl" (Ortiz Hill y da Silva, 2013, p. 367-369).

Sobre el desarrollo intelectual de Cantor, José Ferreirós (2006) distingue cuatro fases: la primera, de 1870 a 1872, estuvo dedicada al estudio de los puntos-conjuntos, investigación derivada de sus análisis sobre series trigonométricas. La segunda, de 1873 a 1878, estuvo enfocada al análisis de las cardinalidades infinitas. La tercera, de 1879 a 1884, tuvo como núcleo principal la Hipótesis del continuo, y la cuarta, de 1885 hasta el final de su carrera, estuvo orientada al análisis de conjuntos abstractos basados en las nociones de cardinalidad y orden. En relación con la terminología matemática, Cantor utilizó, por lo menos de 1878 a 1892, la palabra *Mannigfaltigkeit* para designar un conjunto o una variedad propiamente hablando. Pero no fue sino hasta sus *Contribuciones a la fundamentación de la teoría de conjuntos transfinitos*, en dos de sus últimos artículos (1895 y 1897) que Cantor comenzó a utilizar el término *Menge*, concepto que terminó por imponerse en los siguientes trabajos matemáticos. En sus escritos anteriores, también fueron sinónimos de *Menge* los términos *Inbegriff* y *Zahlenklassen*.

Las *Contribuciones a la fundamentación de la teoría de conjuntos transfinitos*, publicadas en los *Mathematische Annalen*, es lo que se puede denominar como el testamento matemático de Cantor. En ellas, Cantor presenta sus "ideas fundamentales sobre los números transfinitos (cardinales y ordinales), los tipos de orden y los conjuntos bien ordenados" (2006, p. 58); mientras que los *Fundamentos*, obra de madurez y calado filosófico-matemático, tiene otros objetivos, p. ej. la "extensión o prosecución de la serie de los verdaderos números más allá del infinito" (p. 85) y el estudio filosófico[17] y matemático de la introducción de los números transfinitos.

[15] En su ya clásico ensayo "Did Georg Cantor Influence Edmund Husserl?" Claire Ortiz Hill realiza una serie de breves apuntes donde va comparando diversos problemas (p. ej. el psicologismo, la aritmetización del análisis, la relación con Frege, etcétera) y cómo Husserl y Cantor fueron resolviéndolos (Rosado Haddock y Ortiz Hill, 2000).

[16] Una revisión histórica de la vida intelectual de Husserl en Halle puede leerse en (Fisette, 2009).

[17] *En los Fundamentos, la lista de filósofos citados es considerablemente amplia: Platón, Aristóteles, Leibniz, Locke, Hobbes, Descartes, Berkeley, Bolzano y Spinoza.*

La anotación correspondiente al §1 de los *Fundamentos* confirma esta última línea. En dicha anotación, Cantor hace referencia (abierta) a los pasajes del *Filebo* platónico donde se habla de la unidad y la multiplicidad, y donde, como bien deja ver Ferreirós, los conjuntos transfinitos son interpretados al modo del εἶδος y el μιχτόν, es decir, como una combinación entre lo ilimitado y lo limitado. Cito *in extenso* a Cantor:

> Teoría de las variedades [*Mannigfaltigkeitslehre*]. Con esta palabra designo el concepto de una doctrina muy amplia, que hasta ahora sólo he tratado de elaborar bajo la forma especial de una teoría de conjuntos aritméticos o geométricos. A saber, entiendo en general por variedad o conjunto toda multiplicidad que puede ser pensada como unidad, esto es, toda colección de elementos determinados que pueden ser unidos en una totalidad mediante una ley. Y creo haber definido con ello algo semejante al εἶδος o ἰδέα platónicos, como también a lo que Platón llama μιχτόν en su diálogo «Filebo, o el bien supremo». (2006, p. 137).

En cambio, en sus *Contribuciones*, Cantor describió un conjunto de un modo menos general (quiero decir filosófico), pero sí "más matemático":

> Por un conjunto (Menge) entendemos cualquier colección dentro de un todo M de objetos definidos o separados m de nuestra intuición o nuestro pensamiento. Estos objetos son llamados "elementos" de M.
> En signos lo expresamos de este modo:
> (1) M = {m}. (1915, p. 85.)

En ambos casos, los conjuntos cantorianos son "constructos" que coleccionan objetos (elementos) dados previamente. Estos elementos o miembros, ya sean reales o abstractos, mientras estén incluidos como miembros de un conjunto *M*, pueden ser nombrados como "miembros bien definidos (*wohldefinirt*) o bien ordenados", esto significa, determinar con exactitud qué elementos pertenecen a un conjunto. Por ejemplo, si es considerado el conjunto de los números primos, se sabe con exactitud que el número 7 pertenece a este conjunto y no así el número 8. Pero si se considera el "conjunto de los valores afectivos", este no será un conjunto bien definido, puesto que primero debe aclararse qué es un valor, qué es un afecto y si los afectos son valores. Aunque se pudiera llegar a un consenso, es seguro que otros sujetos convengan en asignar otros valores a este mismo conjunto.

Otras de las cuestiones fundamentales en la teoría de conjuntos cantoriana es la comparación de cardinalidad y la asignación de un número cardinal a cada conjunto. En ambos casos, la determinación lógica que parte de considerar cada "elemento" de un conjunto como "uno", sirve a Cantor para definir las mismas operaciones y propiedades, pero al nivel de un conjunto o colección cerrada, lo que da por corolario que sea posible la comparación entre colecciones de objetos. Este tratamiento matemático que desarrolló Cantor, a propósito de los números cardinales transfinitos, lo llevó a crear una aritmética análoga a la aritmética ordinaria. Así, ω_0 representa a la vez el primer número transfinito y la primera clase numérica, ω_1 representa el primer ordinal no enumerable y la segunda clase numérica y así sucesivamente.

Ahora bien, existe una interpretación, la de Fine (1998), que partir de la concepción de Cantor del número natural (dado un elemento *m*, si hacemos abstracción de su naturaleza, se convierte en una *unidad*), señala que los números naturales son un tipo estructuras de objetos arbitrarios (el 2 es una estructura de dos objetos arbitrarios, pero distintos). Esta definición es muy similar a lo que Husserl señala en *Filosofía de la aritmética*, a saber, que la intuición de un número natural resulta de la aprehensión de una estructura fundada en agregados específicos (objetos específicos, perros, gatos, monedas, etc.) (Roubach, 2023, pp. 19-20). Efectivamente, cuando Husserl se preguntó acerca de cómo *predicamos numéricamente algo*, lo que en realidad cuestionó fue el origen de la presentación del número —esto es importante tenerlo claro, pues en *Filosofía de la aritmética* Husserl distingue entre las características de los números y las características de la presentación de los números —. Su respuesta fue tajante: "el número es una pluralidad (*Vielheit*) de unidades" (Hua XII, 14) esto significa que los números, excepto el 0 y el 1, se predican de conjuntos (*Mengen*) de objetos porque estos están compuestos de partes numerables. Desde luego, aun cuando el 0 y el 1 son excluidos de *ser* números, ellos deben ser tratados como *extensiones artificiales* de ellos, pero dados indirectamente. Para Husserl el "conjunto de algo" es un género, y los números, su diferencia específica o dominio.

Esto último confirma que la relación entre el concepto de pluralidad y el concepto de número es más bien una *coextensionalidad*; dicho de otro modo, el concepto de número y de pluralidad no surgen de la presencia de contenidos particulares, sino que están en conexión con un *todo* presente, pero no necesariamente actual. Este último aspecto muy a tono con la propuesta de Cantor. Más aún, Husserl agrega que el concepto de número se obtiene de la reflexión de los objetos coleccionados considerados como "algo en general" (*Etwas überhaupt*) o como "uno y uno y uno". La unidad relacional "y" es una propiedad estructural (sincategoremática), mientras que cada miembro se considera como idéntico a sí mismo y es (numéricamente) distinto de otros. De hecho, ésta es una de las características que tienen que cumplir los números: su *irrepetibilidad*. Ella se entiende como *diferenciación* entre un número y otro, y hace posible su *individualidad*. Por ejemplo, en una adición como 4 + 4, cada número natural (cuatro), tendría que ser diferente para poder distinguirse entre sí, de lo contrario la suma no sería "ocho" sino "cuatro".

El concepto de pluralidad está engarzado y se hace patente a través de la reflexión sobre la *unión* de *contenidos* de una *totalidad concreta*. A esto Husserl le llamó "enlace colectivo" (*kollektive Verbindung*) (Hua XII, 20). El enlace colectivo tiene su fundamento en los contenidos que abarca de manera unificante, dicho brevemente, es un *acto psíquico* complejo de segundo orden cuyo *contenido* es la representación de la multiplicidad o conjunto de lo enumerado. Es un tipo de conexión homogénea, sin llegar a ser propiamente una asociación o fusión (*Verschmelzung*), al modo de Stumpf. Aclaro este punto. En la propuesta husserliana, la *Verschmelzung* no debe entenderse en el sentido habitual del término, como cuando dos o más cosas se unen de tal forma que ya no es posible separarlas dando por resultado un nuevo dato sin organización ni articulación internas, sino en el sentido de cierta "transitividad" que nos permite aprehender las características, en este caso cuasi-sensibles, de un miembro y "observarlas" en otro miembro. Esto también representa un claro ejemplo de la evolución de un término técnico que ya había sido estudiado con detalle por filósofos y psicólogos como Herbart, Wundt, Meinong, Mach, Stumpf y von Ehrenfels.

Ahora bien, la característica esencial del enlace colectivo es que nos permite aprehender tanto el "destacamiento" como la representación de los contenidos lógicos de los conjuntos y de las representaciones numéricas. Con base en esto se podrían hacer una serie de distinciones sobre los tipos de actos dentro de la enumeración, tenemos por ejemplo: 1) actos de primer orden: tener conciencia de un conjunto {A, B, C, D}; 2) actos de segundo orden: tener conciencia de ellos como "algo"; 3) actos de tercer orden: tener conciencia de la totalidad de esos "algos"; 4) actos de cuarto orden: tener conciencia de la *totalidad de las totalidades,* como cuando al conjunto formado por {A, B, C, D}se le agrega un nuevo conjunto {E,F, G}. Sobre esta última consideración, profundamente lógica, Husserl adecua una característica *simbólica* al número, que a su vez se basa en un sistema de signos que eliminan todo lo contingente y psicológico del asunto.

Así, en el primer nivel los objetos individuales son los términos de la predicación, y en el segundo nivel los conjuntos ocurren como formas dependientes. Aquí no se hace un juicio directo sobre los elementos, sino sobre los *todos* como *totalidades*. Los conjuntos serían, en todo caso, sus propios objetos de predicación sin tenerse a sí mismos como partes. Los conjuntos para Husserl son una unidad, un todo que comprende ciertos miembros como partes, tal que estas partes están en relación con otras partes y juntas pueden constituir un nuevo conjunto.

En conjuntos sensibles podemos traer cada elemento de un grupo a representación (en sí mismo) mediante una sucesión temporal, aunque no en un acto inclusivo, pero esto es *imposible* en los casos de pluralidades con cientos de elementos, en totalidades, conjuntos y pluralidades donde el concepto de formación auténtica o de su simbolización mediante el agotamiento secuencial de los individuos involucrados contiene una imposibilidad lógica. Por ejemplo, "el conjunto de los números en la serie numérica expandida simbólicamente es infinito, el conjunto de puntos en una línea y, en general, en los límites de un continuo es infinito" (Hua XII, 220). "¿Cómo tienen lugar estos conceptos simbólicos? ¿Qué constituye su contenido psicológico y lógico?" (Hua XII, 220). Para responder esto, Husserl parte de un principio que podemos catalogar como *principio de secuencialidad* con el cual se puede transformar cualquier concepto ya formado (de un determinado género dado) en un nuevo concepto rigurosamente distinto del primero y este último en otro y así sucesivamente. En otras palabras, nuestra presentación general de un conjunto infinito tiene una naturaleza inductiva y consiste en "(i) la presentación de solo unos pocos elementos del conjunto, (ii) la presentación de un principio de construcción para obtener todos los otros elementos, y (iii) la certeza de que dicho proceso de construcción puede llevarse a cabo indefinidamente" (Centrone, 2010, p. 34).

Finalmente, en el caso de la construcción de los números, el proceso de adjuntar una unidad a un número dado arbitrariamente es una operación cuyo concepto anterior garantiza la conducción a un nuevo y determinado número. Según Husserl, si partimos del número uno, entonces este principio de formación lleva a dos, a tres, a cuatro... y a números nuevos y siempre nuevos, sin dar marcha atrás y sin límite. La determinación conceptual es, como la del proceso en sí, rigurosa y, por tanto, los posibles resultados de la construcción secuencial de los conceptos indicados poseen una característica común que los une de manera análoga a como la unidad colectiva une a los miembros de un grupo (Hua XII, 220). Por tanto, cuando hablamos de la totalidad de todos los números naturales representamos ante todo un conjunto en el sentido habitual, es decir, los números de una subsecuencia inicial de la secuencia numérica. A esto se une la representación complementaria de que esta formación, en virtud de su principio de secuencialidad, puede extenderse *in infinitum*, por lo que cada nuevo miembro se determinaría por medio de este proceso.

§7. Conclusiones

El objetivo de este artículo fue exponer las líneas directrices que configuraron la filosofía de las matemáticas en el siglo XIX con el fin de obtener una mejor comprensión del trasfondo en el que se desarrollaron y se insertaron el trabajo filosófico y matemático de Edmund Husserl. Asimismo, se analizaron las relaciones y vínculos que tanto filósofos como matemáticos mantuvieron con el fundador de la fenomenología. Siguiendo estas consideraciones, se llevó a cabo un estudio más o menos completo de los protagonismos matemáticos en Alemania durante el siglo XIX, los cuales eran compartidos por las universidades de Berlín, con Cantor a la cabeza, y Gotinga, con Riemann y Dedekind. En estas instituciones se llevaron a cabo las mayores discusiones sobre el quehacer de las matemáticas y su fundamentación, además de practicarse diversos estilos en el proceder matemático.

Como se ha demostrado, en gran medida Dedekind, Riemann y Cantor, y con ellos el surgimiento de la teoría de conjuntos, fueron referencias ineludibles para comprender el panorama científico que rodeaba a Husserl. Estas fuentes, aunque no son las únicas, permiten entender el contexto del que Husserl es heredero. Además, se ha puesto de manifiesto la re-apropiación filosófica de los conceptos matemáticos utilizados por los autores mencionados, al menos en la primera etapa de la incipiente fenomenología husserliana. Esto se sostiene bajo la hipótesis de que, además de estar avalada textualmente (las evidencias sobre la influencia de estos autores en Husserl son claras), existe, además, una apropiación y evolución de una serie de conceptos provenientes de esta primera etapa. El reconocimiento de estos antecedentes es un motivo más que suficiente para justificar un trabajo como el que se ha presentado en este artículo.

En conclusión, a través de este estudio se ha logrado destacar la importancia del contexto filosófico y matemático del siglo XIX en la formación y desarrollo de la fenomenología husserliana. En ese sentido, este trabajo brinda una sólida base para futuras investigaciones y un mayor entendimiento de la relación entre la filosofía y las matemáticas en el desarrollo de la fenomenología. Además, se subraya la necesidad de seguir explorando y profundizando en las obras y contribuciones de los matemáticos mencionados, así como de otros actores relevantes de la época para comprender plenamente el legado de Husserl y su impacto en la filosofía y las matemáticas contemporáneas. Es importante destacar que este estudio es solo el comienzo de una investigación más amplia y profunda sobre la fenomenología de las matemáticas.

Referências

BELNA, J.P. *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege*. París: Vrin, 1996
BENOIST, J. Husserl entre Brentano et Bolzano. Jugement et Proposition. *Manuscrito: Revista internacional de filosofía*, Vol. 23, Nº. 2, pp. 11-39, 2000.
BENOIST, J. Husserl and Bolzano. In: TYMIENIECKA, A.T. (Eds.) *Phenomenology World-Wide. Analecta Husserliana*, Vol 80. Dordrecht: Springer, 2002.
BRENTANO, F. *Philosophical Investigations on Space, Time and the Continuum*. New York: Taylor & Francis Group, 2010.
CANELA MORALES, L. A. El concepto fenomenológico de cinestesia y la correlación con las secuencias del campo visual: un análisis a las lecciones de Cosa y espacio de 1907, *Eikasia. Revista de Filosofía*, No. 47, pp. 751-76, 2013.
CANELA MORALES, L. A. De las cinestesias oculomotoras al espacio objetivo: la constitución del espacio tridimensional, *Stoa. Revista de Filosofía*, vol. 5, No. 9, pp. 5-18, 2014
CANELA MORALES, L. A. Aritmetización del análisis y construcción formal: Husserl como alumno de Weierstrass y Kronecker, *Eikasia. Revista Filosofía*, No. 72, pp. 131-148, 2016
CANELA MORALES, L. A. A Brief History of Concept of Manifold, *META: Research in Hermeneutics, Phenomenology and Practical Philosophy*, Vo. XI, No. 2, pp. 473-500, 2019
CANELA MORALES, LUIS A. *Ser y calcular. El problema de las entidades matemáticas en la fenomenología temprana de Edmund Husserl*, Colombia, Editorial Aula de Humanidades, 2023
CANTOR, G. *Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers*. New York: Dover Publications, 1915.
CANTOR, G. *Fundamentos para una teoría general de conjuntos. Escritos y correspondencia selecta*. Barcelona: Crítica, 2006.
CENTRONE, S. *Logic and Philosophy of Mathematics in the Early Husserl*. Heidelberg/ London/New York: Springer, 2010.
DA SILVA, J. Husserl on Geometry and Spatial Representation, *Axiomathes*. Vol 22, No. 5, pp. 5–30, 2011.
DA SILVA, J. Husserl and Hilbert on Completeness, still. *Synthese*. Vol 193, No. 6, pp. 1925–1947, 2016
DEDEKIND, R. *Gesammelte mathematische Werke* (Dritter Band). Brunswick: Vieweg & Sohn Akt.-Ges, 1932.
DEDEKIND, R. *¿Qué son y para qué sirven los números? Y otros escritos sobre los fundamentos de la matemática*. Madrid: Alianza, 2014.
FERREIRÓS, J. Riemann's Habilitationsvortrag at the Crossroads of Mathematics, Physics, and Philosophy. In: FERREIRÓS, J. y GRAY, J. J., (Eds.) *The Architecture of Modern Mathematics. Essays in History and Philosophy*. New York: Oxford University Press, 2006.
FERREIRÓS, J. *Labyrinth of Thought: A History of Set Theory and its Role in Modern Mathematics*. Basilea-Boston-Berlín: Birkhäuser, 2007.
FERREIRÓS, J. Conceptual Structuralism, *Journal for General Philosophy of Science* Vol, 54, pp. 125–148, 2023.
FINE, K. Cantorian Abstraction: A Reconstruction and Defense, *Journal of Philosophy*, Vol 95, No. 12, pp. 599–634, 1998
FISETTE, D, Husserl à Halle (1886-1901), *Philosophiques*, Vol 36, No. 2, pp. 277-306, 2009
GÉRARD, V. Husserl, élevé de Kronecker et Weierstrass: Theorie de la signification, théorie des nombres des fonctions, In: BENOIST, J. (Ed.), *Husserl*. Paris, Les Éditions du Cerf, 2008.
GÉRARD, V. Mathesis universalis et géométrie: Husserl et Grassmann. In: IERNA, C. *et al.* (Eds.) *Philosophy, Phenomenology, Science*. The Hague: Springer, 2010.

GOWERS, T. (Ed.) *The Princeton Companion to Mathematics*. Princeton: Princeton University Press, 2008.

HARTIMO, M. Grassmann's Influence on Husserl. In: PETSCHE, H.-J. *et al*. (Eds.) *From Past to Future: Graßmann's Work in Context*, Basilea: Springer, 2011.

HUSSERL, E. *Philosophie der Arithmetik. Mit ergänzenden Texten (1890-1901)*. The Hague: Martinus Nijhoff ,1970. [Hua XII].

HUSSERL, E. *Ding und Raum. Vorlesungen 1907*. Boston/Londres: Martinus Nijhoff, 1973. [Hua XVI].

HUSSERL, E. *Studien zur Arithmetik und Geometrie. Texte aus dem Nachlass (1886-1901)*. The Hague: Martinus Nijhoff, 1983. [Hua XXI].

IERNA, C. The Beginnings of Husserl's Philosophy. Part 2: Mathematical and Philosophical Background. *The New Yearbook for Phenomenology and Phenomenological Philosophy VI*, Kentucky: Routledge/Taylor & Francis Group, 2006.

MAJER, U. Husserl and Hilbert on Completeness: A Neglected Chapter in Early Twenty Century Foundation of Mathematics, *Synthese*, Vol. 110, pp. 37-56, 1997.

MORAN, D. Husserl and Brentano. In: KRIEGEL, U. (Ed.). *The Routledge Handbook of Franz Brentano and the Brentano School*. New York: Routledge, 2017.

NIGRO PUENTE, G. Pureza del método y construcción de teorías: el caso de Kronecker y Dedekind en teoría algebraica de números, *CRÍTICA. Revista Hispanoamericana de Filosofía*. Vol. 55, No. 164, pp. 57–91, 2023.

ORTIZ HILL, C. Husserl and Hilbert on Completeness. In: HINTIKKA, J. (Ed.) *From Dedekind to Gödel*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.

ORTIZ HILL, C. y DA SILVA, J. *The Road not Taken. On Husserl's Philosophy of Logic and Mathematics*. United Kingdom: College/Lighting Source/ Milton Keynes, 2013

RIEMANN, B. *Riemanniana selecta*, Madrid: CSIC, 2000.

ROLLINGER, R. *Husserl's Position in the School of Brentano*. Netherlands: Springer, 1999.

ROLLINGER, R. Brentano and Husserl. In. D. JACQUETTE (Ed.) *The Cambridge Companion to Brentano*, United Kingdom: Cambridge University Press, 2004.

ROSADO HADDOCK, G. (2017). Husserl and Riemann. In. S. Centrone, (Ed.) *Essays on Husserl's Logic and Philosophy of Mathematics* (pp. 229-243), Dordrecht: Springer.

ROUBACH, M. *Phenomenology and Mathematics. Elements in the Philosophy of Mathematics*, United Kingdom / New York, Cambridge University Press, 2023.

SEBESTIK, J. Husserl Reader of Bolzano. In. FISETTE, D. (Ed.), *Husserl's Logical Investigations Reconsidered*. Netherlands/Boston/London: Kluwer Akademic Publishers, 2003.

SCHUHMANN, K. y E. SCHUHMANN (Eds.) Husserls Manuskripte zu seinem Göttinger Doppelvortrag von 1901, *Husserl Studies* Vol. 17, pp. 87–123, 2001.

Autor(a) para correspondência / Corresponding author: Luis A. Canela Morales. lcanelamorales@gmail.com